

Erreurs sur les Variables et Modèles d'Évaluation des Actifs Financiers Canadiens*

Benoît Carmichael[†] Alain Coën[‡] Jean-François L'Her[§]

10 mars 2008

Résumé

Cet article revisite l'estimation des modèles multifactoriels développés par Fama et French (1993) en prenant en considération la présence d'éventuelles erreurs sur les variables. Les données mensuelles utilisées sont celles du marché boursier canadien et couvrent une longue période courant de juillet 1960 à décembre 2004. Fama et French (1997) concluent que leurs estimations ponctuelles des paramètres du modèle à trois facteurs sont imprécises. Nos résultats révèlent que cette imprécision est d'autant plus importante que les paramètres estimés sont biaisés par la présence d'erreurs de mesure considérables. Nous proposons l'estimateur de Dagenais et Dagenais (1997) pour corriger les biais induits par les erreurs sur les variables. Cet estimateur présente le double avantage d'être facile à calculer et de ne nécessiter aucune autre source d'information que celle fournie par les facteurs de risque. Nos résultats montrent que les estimations corrigées pour les erreurs sur les variables diffèrent de façon très significative des estimations par les *MCO* biaisées. Cette approche a des conséquences directes en économie financière et sur l'attribution de la performance et sur la notion de rentabilité anormale.

Mots clés : Modèles d'évaluation ; rentabilité anormale ; Erreurs sur les variables ; Erreurs de mesure ; Moments d'ordre supérieur ; Variables instrumentales ; Marché boursier canadien

Classifications JEL : C19;C49;G12;G3

*Les auteurs tiennent à remercier Jean-Claude Cosset, Georges Dionne, Omar Essid, Georges Hübner, Lynda Khalaf, François-Éric Racicot, Patrick Roger et deux rapporteurs anonymes pour leurs commentaires. Nous restons responsables des erreurs éventuelles.

[†]Département d'économie, Université Laval, 1025, avenue des Sciences-Humaines, Québec (Qc) G1V 0A6 CANADA, URL : <http://www.ecn.ulaval.ca/benoit.carmichael/>

[‡]École des Sciences de la Gestion (ESG) Université du Québec à Montréal (UQÀM), Montréal (Qc) H3C 4R2 Canada, Courriel : coen.alain@uqam.ca; Tél. 1 (514) 987 3000 (5680). Tél. : +1-514-987-3000 (5680); fax : +1-514-987-0422

[§]Caisse de dépôt et placement du Québec, CDP Capital, Montréal (Qc) H2Z 2B3 Canada

I Introduction

Depuis les travaux fondateurs de Frisch (1934), le traitement des erreurs sur les variables (*EV*) constitue un problème majeur en économétrie appliquée. Comme le rappelle la théorie économétrique, la présence d'erreurs sur les variables mène à la non convergence de l'estimateur des moindres carrés ordinaires (*MCO*).¹ Le traitement des *EV* (définies comme étant la différence entre la variable observée et la vraie variable non observable) apparaît comme un véritable défi. Les manuels économétriques abordent cette question souvent à l'aide d'un modèle bivarié. Dans ce cadre particulier, l'erreur de mesure biaise l'estimation de la pente vers zéro ; effet que Cragg (1994) qualifie d'effet d'atténuation. Elle induit également un biais de signe opposé sur le coefficient de la coordonnée à l'origine lorsque la moyenne de la variable explicative est positive. Cragg (1994) évoque alors un effet de contamination. Par ailleurs, l'effet d'atténuation dépend négativement du R^2 de la régression. Parmi diverses possibilités, un R^2 élevé est donc indicatif d'une atténuation négligeable, expliquant en partie le manque d'intérêt suscité par la présence *EV* dans la pratique.

Cragg (1994) et (1997) démontre que ces conclusions ne peuvent pas être généralisées aux régressions multiples avec des erreurs sur plusieurs variables. Le biais d'un paramètre dépend alors à la fois de sa propre erreur (effet d'atténuation) mais aussi des erreurs sur les autres variables (effet de contamination). Les résultats du modèle bivarié sur l'ampleur et la direction du biais ne sont plus valables. Une connaissance détaillée de la nature du processus stochastique induit est requise pour inférer la direction et l'importance du biais individuel.

D'aucuns s'accordent pour reconnaître qu'il est un champ de l'économétrie appliquée où se pose le problème de façon prégnante : la finance empirique et plus particulièrement l'estimation des modèles d'évaluation des actifs financiers.² Les gestionnaires de portefeuille appuient en effet leurs décisions d'investissement sur les coefficients α et β_k des modèles linéaires d'évaluation des actifs financiers. Or, ces modèles sont tous sujets à des *EV*, qu'ils reposent sur des fondements théoriques, comme le *CAPM* développé par Sharpe (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966) ou le modèle d'évaluation par l'arbitrage (*APT*) introduit par Ross (1976) et illustré par Chen, Roll et

¹Voir notamment Durbin (1954), Pal (1980) et Cragg (1994).

²La preuve en est l'article fondateur de Fama et MacBeth (1973).

Ross (1986), ou qu'ils découlent de l'observation de faits stylisés (effets taille, valeur comptable vs valeur de marché et momentum) tels les modèles multifactoriels de Fama et French (1992) et (1993) et Carhart (1997).

En pratique, les coefficients β_k obtenus tant par le *CAPM* que par les modèles multifactoriels sont reconnus comme imprécis et induisent souvent des écarts types importants. Par ailleurs, les vrais facteurs de risque sont généralement non observés induisant de facto une source d'*EV*. Dans une critique célèbre du *CAPM*, Roll (1977) rappelle que les *EV* sont endémiques dans les modèles linéaires d'évaluation des actifs financiers. Les fondements théoriques du *CAPM* reposent sur l'hypothétique existence d'un portefeuille de marché censé représenter l'ensemble des titres transigés dans l'économie. Ce portefeuille étant de fait inobservable, les estimations du *CAPM* sont donc contaminées par les problèmes d'*EV*. Conceptuellement, cette embûche touche aussi plus largement les modèles linéaires dérivés des études de Ross (1976) et de Fama et French (1992) et (1993).

Bien que ce problème puisse avoir des conséquences certaines en matière de décision, l'existence d'*EV* n'est pas toujours appréciée à sa juste valeur en économétrie financière. Des exceptions notables sont toutefois à signaler. Fama et MacBeth (1973) réduisent l'importance des erreurs de mesure en groupant les titres en portefeuille. Shanken (1985) et (1992) suggère d'ajuster les écarts types pour corriger les biais induits par les *EV*. Kandel et Stambaugh (1995) préconisent l'utilisation des moindres carrés généralisés. La principale difficulté de cette approche réside dans l'hypothèse que la vraie matrice de covariance des rentabilités est connue.³ Dans l'ensemble, malgré ces tentatives, nous pouvons raisonnablement admettre que la littérature consacrée considère souvent les *EV* négligeables.

Cragg (1994), (1997), Dagenais et Dagenais (1997), Lewbel (2006) avancent l'idée que des estimateurs fondés sur des moments d'ordre supérieur peuvent résoudre les problèmes induits par les *EV*. L'estimateur de moments d'ordre supérieur développé par Dagenais et Dagenais (1997) (par la suite *DDHME*) offre des applications prometteuses en finance. *DDHME* appartient à la famille des estimateurs à variables instrumentales (*VI*). L'emploi des *VI* est une solution classique aux problèmes causés par les *EV*. Cette solution n'est pas toutefois sans difficulté. La principale étant

³Shanken (1996) fait une synthèse plus détaillée des réponses apportées au problème des *EV* dans la littérature financière.

sans doute, comme le souligne Pal (1980), les instruments appropriés qui font souvent défaut.

Un des attraits de l'estimateur *DDHME* réside dans le fait qu'aucune information complémentaire n'est requise. Les instruments sont simplement construits à partir des moments d'ordre supérieur (coefficients d'asymétrie et d'aplatissement et moments croisés) des données originales. Cette caractéristique devrait susciter l'intérêt tant du monde académique que des professionnels de la finance et de la gestion de portefeuille.

Notre objectif dans cet article est d'apporter un nouvel éclairage aux modèles multifactoriels d'évaluation des actifs financiers en prenant en considération la présence d'éventuelles erreurs sur les variables. Notre étude comporte cinq sections. La deuxième section approfondit les principaux problèmes causés par les *EV* lors de l'estimation d'un modèle linéaire multifactoriel d'évaluation des actifs financiers en prenant comme exemple le modèle de Fama et French. Elle présente ensuite l'estimateur de Dagenais et Dagenais (1997) comme solution pratique aux problèmes causés par les *EV*. La troisième section est consacrée à la présentation des données canadiennes utilisées dans l'étude. Dans la quatrième section, nous rapportons les paramètres estimés par *MCO* et l'approche suggérée par Dagenais et Dagenais (1997) et discutons de leurs conséquences sur la sélection des portefeuilles, notamment la recherche des rentabilités anormales. Les conclusions sont établies dans la cinquième section.

II.1 Modèles multifactoriels avec erreurs sur les variables

La littérature financière citée précédemment suggère une formulation empirique où la rentabilité d'un titre financier à l'instant t est liée à K facteurs de risque.

$$R_t = \alpha + \tilde{F}_t \cdot \beta + u_t \tag{1}$$

Où, R_t est le taux de rentabilité excédentaire, \tilde{F}_t est un vecteur ligne contenant K facteurs de risque et u_t est un terme d'erreur captant le risque idiosyncrasique résiduel. Les paramètres inconnus sont la constante α et le vecteur colonne β contenant les K sensibilités factorielles β_k . Le paramètre α capte la rentabilité anormale du titre, également appelé α de Jensen. Leibowitz

(2005) compare la recherche de rentabilités anormales à une véritable *quête du Graal* en gestion de portefeuille.⁴

En pratique, les vrais facteurs de risque \tilde{F}_t sont rarement observables et l'analyse doit s'appuyer sur des mesures F_t plus ou moins adéquates. Ce problème d'observabilité n'est pas limité au seul facteur de marché et touche l'ensemble des facteurs de risque utilisés lors de l'estimation des modèles linéaires d'évaluation des actifs.

Cette substitution de \tilde{F}_t par les facteurs observés F_t introduit un vecteur d'erreurs sur les variables ν_t . Dans l'exemple classique, tous les facteurs sont non observés.

$$F_t = \tilde{F}_t + \nu_t \quad (2)$$

Il est utile d'imposer l'hypothèse que le vecteur ν_t est indépendant dans le temps, non corrélé avec \tilde{F}_t et u_t et qu'il obéit à une loi normale multivariée centrée sur zéro avec une matrice de variance $\Omega_{\nu\nu}$.⁵

Le modèle multifactoriel avec *EV* (1) et (2) implique la relation suivante en termes des facteurs observés.

$$R_t = \alpha + F_t \cdot \beta + u_t - \nu_t \cdot \beta \quad (3)$$

Il peut être tentant d'estimer les paramètres α et β de l'équation (3) par *MCO*. Les estimations ponctuelles $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ ainsi obtenues sont toutefois non convergentes parce que l'erreur composée $u_t - \nu_t \cdot \beta$ est corrélée avec les régresseurs F_t à travers les erreurs de mesure ν_t . La nature et l'ampleur des biais sont mises en évidence en calculant les valeurs asymptotiques de $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$. Cet exercice conduit au résultat :

$$\underset{T \rightarrow \infty}{plim} \begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + \mu_{\tilde{f}} \cdot \left(\Omega_{\tilde{f}\tilde{f}} + \Omega_{\nu\nu} \right)^{-1} \cdot \Omega_{\nu\nu} \cdot \beta \\ \beta - \left(\Omega_{\tilde{f}\tilde{f}} + \Omega_{\nu\nu} \right)^{-1} \cdot \Omega_{\nu\nu} \cdot \beta \end{pmatrix} \quad (4)$$

Où $\mu_{\tilde{f}}$ et $\Omega_{\tilde{f}\tilde{f}}$ sont respectivement un vecteur ligne contenant les moyennes des composantes de

⁴Une importante littérature s'accorde sur ce point : Aggarwal, Georgiev et Pinato (2005), Ibbotson et Chen (2006), Jones et Shanken (2002), Nielsen et Vassalou (2004) et Ramadorai, Fung, Hsieh et Naik (2006).

⁵L'erreur de mesure est qualifiée de classique lorsqu'elle est non corrélée avec le vrai facteur non observé.

\tilde{F} et la matrice de variance de \tilde{F} exprimée en déviation par rapport à la moyenne. L'expression (4) illustre que $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ convergent vers leurs véritables valeurs α et β uniquement lorsque les facteurs sont observables sans erreur. En présence d'*EV*, les estimations ponctuelles $\hat{\beta}$ sont empreintes des biais d'atténuation et de contamination mentionnés précédemment. Le coefficient $\hat{\alpha}$ est également contaminé à moins que toutes les composantes du vecteur $\mu_{\tilde{f}}$ soient simultanément nulles. Dans ces conditions, la recherche du α peut effectivement s'apparenter à une véritable *quête du Graal*.

En l'absence d'hypothèses complémentaires, les paramètres du modèle multifactoriel avec *EV* (1) et (2) ne sont pas identifiés. Le problème d'identification découle de l'équation (4). Celle-ci est compatible avec une infinité de combinaisons différentes de β et $\beta - \left(\Omega_{\tilde{f}\tilde{f}} + \Omega_{\nu\nu}\right)^{-1} \cdot \Omega_{\nu\nu} \cdot \beta$. La solution standard à ce problème consiste à introduire des restrictions additionnelles sur les moments. De façon plus précise, s'il existe des variables instrumentales corrélées avec les vrais facteurs \tilde{F}_t , mais non reliées aux erreurs de mesure, l'ajout de cette information peut en principe résoudre ce problème d'identification.

II.2 L'estimateur *DDHME* de Dagenais et Dagenais (1997)

De nombreuses études (Fuller (1987), Bowden et Turkington (1984) et Aigner, Hsiao, Kapteyn et Wansbeek (1984) par exemple) suggèrent l'utilisation de variables instrumentales pour obtenir des estimateurs convergents lorsque l'information sur les variances des erreurs n'est pas disponible.⁶ Malgré ces suggestions, peu d'efforts sont faits pour tester la présence d'*EV* et les variables instrumentales sont rarement utilisées. Le problème rencontré réside dans la difficulté à trouver des instruments. Klepper et Leamer (1984) soulignent que les chercheurs ont souvent, à tort ou à raison, l'impression que les coûts de la collecte des données additionnelles requises sont trop grands eu égard aux bénéfices associés à l'obtention d'estimateurs non contaminés par les erreurs de mesure.⁷

Nous proposons l'estimateur des moments d'ordre supérieur de Dagenais et Dagenais (1997) en

⁶D'autres approches traitant des erreurs sur les variables peuvent être citées : Frisch (1934), Klepper et Leamer (1984), Hausman et Watson (1985), et Leamer (1987) parmi d'autres.

⁷Les variables retardées sont souvent utilisées comme instruments. Ce choix découle d'une forte corrélation temporelle des variables utilisées et d'une hypothèse d'indépendance temporelle des *EV*. Cette solution est peu adaptée à l'estimation d'un modèle multifactoriel avec *EV* parce que les rentabilités financières ont une corrélation temporelle très faible. L'utilisation des rentabilités retardées conduit donc directement au problème des instruments faibles. Pour cette raison, d'autres variables que les seules variables retardées doivent être utilisées.

guise de solution au problème du choix des instruments. L'estimateur *DDHME* est particulièrement approprié pour étudier les données financières. Sous l'hypothèse que les variables explicatives (F_t dans notre contexte) sont non Gaussiennes mais que les *EV* sont normales, Cragg (1997) et Dagenais et Dagenais (1997) ont montré que les moments d'ordre trois et quatre de F_t peuvent être utilisés pour estimer de façon convergente les paramètres α et β . Comme nous l'avons souligné en l'introduction, l'estimateur *DDHME* appartient à la famille des estimateurs fondés sur les variables instrumentales. L'un des avantages est que les instruments sont construits à partir des moments d'ordre supérieur (coefficients d'asymétrie et d'aplatissement et moments croisés) des données originales. Ceci permet de contourner le problème soulevé par Klepper et Leamer (1984).

Les régressions artificielles développées par Davidson et MacKinnon (1993) permettent de calculer aisément l'estimateur *DDHME*. L'utilisation des régressions artificielles procède en deux étapes. La première étape consiste à construire les estimés \widehat{F}_t des vrais facteurs. L'opération est effectuée au moyen de K régressions artificielles ayant les facteurs observés, F_t , comme variables dépendantes et les instruments, c'est à dire les moments d'ordre trois et quatre (propres et croisés), comme variables explicatives. Sous l'hypothèse que les erreurs sur les variables obéissent à une loi de Gauss, les résidus des K régressions artificielles, que nous appelons \widehat{w}_t^k , sont des estimateurs sans biais des erreurs de mesure sur les K facteurs. La deuxième étape consiste à ajouter les résidus \widehat{w}_t^k comme variables explicatives additionnelles dans l'équation (5) :

$$R_t = \alpha + F_t \cdot \beta + \widehat{w}_t \cdot \psi + \varepsilon_t \quad (5)$$

Où ψ est le vecteur des paramètres servant à corriger l'effet des *EV* sur les paramètres d'intérêt β . La contribution de cette procédure est double. En premier lieu, nous pouvons tester l'hypothèse nulle ($H_0, \psi_k = 0, k = 1, \dots, K$) d'absence d'*EV* à l'aide d'un test Durbin-Wu-Hausman (*DWH*). Deuxièmement, en cas de rejet de l'hypothèse nulle $\psi = 0$, les β_k estimés sont automatiquement corrigés pour neutraliser les biais d'atténuation et de contamination causés par les *EV*.

II.3 Le choix des instruments et les tests diagnostiques

La sélection des instruments constitue une étape importante dans l'implémentation des estimateurs fondés sur les variables instrumentales. Dagenais et Dagenais (1997) suggèrent le recours à plusieurs combinaisons de sept stratégies d'instruments définis comme suit : $z_1 = x * x$, $z_2 = x * y$, $z_3 = y * y$, $z_4 = x * x * x - 3x [E(x'x/N) * I]$, $z_5 = x * x * y - 2x [E(x'y/N) * I] - y \{l' [E(x'x/N) * I]\}$, $z_6 = x * y * y - x [E(y'y/N)] - 2y [E(y'x/N)]$ et $z_7 = y * y * y - 3y [E(y'y/N)]$, où le symbole $*$ représente l'opérateur d'Hadamard de multiplication matricielle élément par élément, N est le nombre d'observations, x une matrice $N \times K$ contenant les primes factorielles exprimées en déviation par rapport à la moyenne et y le vecteur contenant la rentabilité excédentaire R , exprimée également en déviation par rapport à la moyenne.

À la section IV.1, nous avons retenu les catégories z_1 et z_4 ainsi qu'une constante, en faisant reposer notre décision sur quatre points. Premièrement, alors que l'efficience asymptotique requiert le recours à un nombre d'instruments aussi élevé que possible lorsque les observations sont nombreuses, dans les échantillons finis cette démarche tend à accroître les biais associés aux variables instrumentales. Dans ces conditions, un ensemble d'instruments plus petit mais choisi judicieusement, semble pertinent. Deuxièmement, par construction z_2 , z_3 , z_5 , z_6 et z_7 impliquant des moments et des moments croisés des rentabilités R_t , sont plus faiblement corrélés avec les facteurs \tilde{F}_t . L'utilisation d'instruments faibles nuit à la qualité des estimateurs (Bowden et Turkington (1984)). Troisièmement, les simulations *Monte Carlo* effectuées par Dagenais et Dagenais (1997) révèlent que les erreurs quadratiques moyennes des estimés sont plus faibles avec ce choix particulier d'instruments. Quatrièmement avec cet ensemble d'instruments le *DDHME* est une combinaison linéaire des estimateurs de moments d'ordre supérieur développés par Durbin (1954) et Pal (1980).

L'estimation d'un modèle à l'aide de variables instrumentales mène à des paramètres suridentifiés lorsque le nombre des instruments dépasse le nombre des paramètres estimés. La construction d'un *critère de suridentification (CS)* peut nous informer globalement sur la validité de la méthode utilisée. Davidson et MacKinnon (2004) suggèrent une validation fondée sur un test du *multiplicateur de Lagrange*. Celui-ci est obtenu en comparant N fois le R^2 d'une régression des résidus du modèle

sur les instruments à une χ_q^2 , où le nombre de degrés de liberté q est égal au nombre des instruments moins le nombre des paramètres de l'équation (1).⁸ Il faut souligner que CS sert à tester l'hypothèse nulle jointe que le modèle multifactoriel avec EV (1) et (2) est correctement spécifié et que les instruments sont valides. Comme nous utilisons des moments d'ordre supérieur comme instruments pour estimer un modèle linéaire d'évaluation des actifs financiers, une statistique CS significative peut être interprétée dans une certaine mesure, comme un test de non linéarités résiduelles omises dans la structure factorielle des risques. Celles-ci pourraient être générées, entre autres, par le phénomène de perte d'aversion.

Il est important de rappeler ici qu'en aucun cas cette approche ne doit être considérée comme une alternative au modèle multifactoriel (1). Les variables \hat{w}_t^k apparaissant dans l'équation (5) ne sont pas de nouveaux facteurs auxquels seraient associés des primes de risque. Les variables \hat{w}_t^k sont les erreurs de mesure estimées sur les facteurs de risque. En absence d' EV , les \hat{w}_t^k ne devraient pas être associés à R_t et les coefficients estimés ψ_k ne devraient pas être significatifs. En d'autres mots, le rôle de ces variables artificielles est de permettre une estimation non biaisée des coefficients α et β du modèle multifactoriel.

Ainsi la discussion précédente suggère une stratégie en quatre étapes lors de l'estimation du modèle multifactoriel : 1° l'hypothèse nulle (H_0) de symétrie et d'aplatissement *mesokurtique* des facteurs de risque F_t est testée à l'aide d'un test de normalité, par exemple le test *Jarque-Bera* ; 2° le rejet de H_0 entraîne la construction des variables \hat{w}_t et l'équation (5) est alors estimée par moindres carrés ordinaires ; 3° l'hypothèse nulle (H_0) d'absence d'erreurs sur les variables est évaluée à l'aide d'un test *DWH* ; 4° Le non rejet de H_0 amène à conclure que l'estimateur *MCO* est convergent, à l'opposé, il est préférable de fonder l'analyse et l'inférence sur les paramètres *DDHME* tirés de l'équation (5) lors du rejet de H_0 .

La section IV.1 utilise cette stratégie pour réévaluer la structure des rentabilités boursières canadiennes. Nous portons notre attention sur deux modèles devenus des références incontournables de la littérature financière, soit le modèle à trois facteurs de Fama et French (1993), et celui à quatre facteurs de Carhart (1997).

⁸Pour effectuer ce test correctement, il est important de construire les résidus avec les β_k estimés de l'équation (5). Voir le chapitre 8 de Davidson et MacKinnon (2004) pour obtenir de plus amples informations.

Le modèle de Fama et French relie la rentabilité excédentaire à la rentabilité du marché (MKT), à un effet taille (SMB) et à un effet de la valeur comptable relativement à la valeur marchande (HML). L'effet taille, SMB («*Small Minus Big*»), est mesuré par l'écart entre les rentabilités de portefeuilles à faible et forte capitalisation. L'effet des valeurs comptables/marchandes HML («*High Minus Low*») est mesuré par l'écart entre les rentabilités de portefeuilles constitués de titres affichant un ratio élevé et faible de la valeur comptable sur valeur marchande (BE/ME). Carhart (1997) ajoute un quatrième facteur ayant pour objectif de capter une prime « momentum » UMD («*Up Minus Down*»). La section III présente de façon détaillée les données utilisées.

III Les données

Nous analysons les rentabilités excédentaires mensuelles de dix portefeuilles du marché canadien pour la période allant de juillet 1960 à décembre 2004. Les portefeuilles sont classés selon la capitalisation boursière des entreprises du plus petit (P_1) au plus grand (P_{10}) décile. Les portefeuilles sont réajustés une fois par année selon la capitalisation boursière des entreprises à la clôture des marchés au dernier jour ouvrable du mois de juin. Les rentabilités boursières et le taux sans risque (le taux du bon du Trésor canadien à trois mois) proviennent de la base Toronto Stock Exchange – Canadian Financial Market Research Center ($TSX - CFMRC$).

Notre échantillon comprend 3782 titres dont seulement une fraction est échangée sur toute la période étudiée. La présence d'un titre dans un portefeuille au cours d'une année donnée (juillet à juin) nécessite qu'il soit coté à la clôture des marchés de juin. Par ailleurs, seuls les titres dont le prix de clôture en juin est supérieur ou égal à 1 \$ canadien ont été retenus lors de la constitution des portefeuilles d'une année donnée.⁹ Les titres de valeur inférieure à 1 \$ sont pour l'essentiel des petites sociétés minières à la recherche d'un premier gisement exploitable. La prise en compte de ces titres rend le portefeuille P_1 extrêmement volatile, notamment en raison des rentabilités excessives ponctuelles associées aux découvertes de gisements. Le modèle de Fama et French n'étant pas particulièrement adapté à l'évaluation de ces petites sociétés minières, nous avons cru bon d'exclure

⁹En guise de comparaison, un euro vaut 1,52 \$ CAN en mars 2008.

ces observations de nos dix portefeuilles.¹⁰ Le nombre de titres inclus dans les portefeuilles varie d'un minimum de 20 au début des années 1960 à un maximum de 91 à la fin des années 1990.

Le facteur de marché (MKT) est le taux de rentabilité excédentaire du marché calculé comme l'écart entre le taux de rentabilité du marché pondéré par les valeurs et le taux sans risque. Le taux de rentabilité pondéré par les valeurs du marché est tiré directement de la base $TSX - CFMRC$. La construction des facteurs SMB , HML et UMD mérite quelques précisions.

Les facteurs taille (SMB), valeur comptable/marchande (HML) et momentum (UMD) sont construits en suivant la démarche suggérée par Fama et French (1993) et L'Her, Masmoudi et Suret (2004).

Les données proviennent de différentes sources. Les données relatives aux états financiers (valeur comptable des fonds propres, BE) proviennent des bases de données Financial Post (de 1960 à 1986 : version 1992) et de Research Insight Compustat (de 1987 à 2004 : version 2006). Les rentabilités mensuelles des actions et la capitalisation boursière des entreprises (ME : nombre d'actions émises fois le prix du titre) proviennent de la base $TSX - CFMRC$.

La valeur comptable des fonds propres est ajustée pour tenir compte des impôts différés, des crédits d'impôts associés aux investissements (si disponibles) et de la valeur comptable des actions privilégiées. Toutes les observations affichant une valeur comptable des fonds propres négative ont été exclues de l'échantillon. Le ratio valeur comptable/marchande des fonds propres (BE/ME) est calculé une fois par année en juin de l'année $a + 1$, comme étant le ratio de la valeur comptable de l'année financière a sur la capitalisation boursière en décembre de l'année a . La variable momentum pour le mois m est la rentabilité géométrique de l'action du mois $m - 12$ à $m - 1$.

Fin juin de chaque année, nous classons de manière indépendante l'ensemble des actions par leur capitalisation boursière, leur ratio valeur comptable/marchande et leur momentum. Nous établissons les déciles sur l'ensemble de notre échantillon.¹¹ Nous formons deux groupes sur la base de la médiane des capitalisations boursières (petites, S , et grandes capitalisations boursières, B). Nous formons trois groupes sur la base des 3^e et 7^e déciles du ratio valeur comptable/marchande

¹⁰Une version antérieure de notre étude n'appliquait pas ce critère d'exclusion. Les résultats obtenus sans cette exclusion, qui sont disponibles sur demande, n'infirmant aucune des conclusions de la section IV.1.

¹¹L'échantillon de Fama et French comprend l'ensemble des actions du NYSE, AMEX et NASDAQ, pourtant ils établissent leurs critères seulement sur la base des actions du NYSE.

(titres dits de valeur, H , titres dits neutres, N , et titres dits de croissance, L) et du momentum (titres gagnants, U , titres dits neutres, M , et titres perdants, D). Le facteur de risque SMB est construit sur la base des taux de rentabilité de six portefeuilles correspondant aux intersections des portefeuilles de taille et de ratio valeur comptable/marchande. Les facteurs de risque HML et UMD sont construits sur la base de quatre portefeuilles (exclusion des portefeuilles centraux) correspondant aux intersections des portefeuilles de taille, de ratio valeur comptable/marchande ou de momentum. Tous les portefeuilles correspondant aux intersections sont pondérés selon la capitalisation boursière. Il est à noter que le nombre de firmes dans chacun des six portefeuilles varie.

Le facteur de risque SMB («*Small Minus Big*») correspond à la prime de rentabilité associée aux titres de faibles capitalisations par rapport aux titres de capitalisations élevées, après avoir neutralisé la dimension valeur comptable sur valeur marchande des fonds propres :

$$SMB = \frac{[(S/L) - (B/L)] + [(S/N) - (B/N)] + [(S/H) - (B/H)]}{3}$$

Le facteur de risque HML («*High Minus Low*») correspond à la prime de rentabilité associée aux titres de valeur par rapport aux titres de croissance, après avoir neutralisé la dimension taille des entreprises :

$$HML = \frac{[(S/H) - (S/L)] + [(B/H) - (B/L)]}{2}$$

Le facteur de risque UMD («*Up Minus Down*») correspond à la prime de rentabilité associée aux titres gagnants passés par rapport aux titres perdants passés, après avoir neutralisé la dimension taille des entreprises :

$$UMD = \frac{[(S/W) - (S/L)] + [(B/W) - (B/L)]}{2}$$

Le tableau 1 présente quelques statistiques descriptives des variables précédemment définies. Nous observons comme L'Her et al. (2004) une relation quasiment monotone décroissante entre les rentabilités et la taille des entreprises constituant les portefeuilles. La rentabilité moyenne est de

TAB. 1 – Statistiques descriptives des rentabilités excédentaires mensuelles

	<i>Moyenne</i>	<i>Écart-type</i>	<i>Médiane</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>	<i>Sharpe</i>	<i>Asymétrie</i>	<i>Aplatissement</i>	<i>Jarque-Bera</i>
<i>Mkt</i>	0,004	0,0461	0,0064	-0,236	0,179	0,087	-0,653	5,868	217,95
<i>SMB</i>	0,0045	0,0317	0,0032	-0,141	0,155	0,142	0,207	5,336	123,19
<i>HML</i>	0,0053	0,0367	0,0045	-0,219	0,174	0,146	-0,579*	8,697	743,65
<i>UMD</i>	0,0143	0,0462	0,0149	-0,191	0,175	0,309	-0,095	4,848	75,31
R^f	0,0054	0,003	0,0049	-0,022	0,016	1,81	-0,707	16,142	3851,76
P_1	0,0067	0,044	0,0054	-0,276	0,221	0,152	-0,037	9,277	853,02
P_2	0,0049	0,0464	0,0041	-0,233	0,265	0,107	-0,084	6,934	331,23
P_3	0,0043	0,0472	0,0056	-0,28	0,271	0,091	-0,282*	8,489	625,75
P_4	0,0044	0,0468	0,0062	-0,265	0,247	0,095	-0,554*	7,389	355,55
P_5	0,0026	0,0482	0,0052	-0,25	0,211	0,054	-0,707	6,617	241,93
P_6	0,0034	0,0474	0,0035	-0,236	0,258	0,072	-0,266*	6,011	186,63
P_7	0,0029	0,047	0,0043	-0,252	0,199	0,062	-0,654	6,026	165,16
P_8	0,003	0,0464	0,0055	-0,246	0,195	0,065	-0,646	5,778	135,78
P_9	0,0042	0,0457	0,0056	-0,228	0,312	0,092	0,098	8,199	594,81
P_{10}	0,0028	0,0415	0,0044	-0,197	0,169	0,068	-0,448*	5,192	90,19

Ce tableau présente la moyenne, l'écart-type, la médiane, le minimum, le maximum, le coefficient d'asymétrie, le coefficient d'aplatissement et le test Jarque-Bera pour chacune des variables utilisées. Les données proviennent de la base *TSX - CFMRC* et couvrent la période de juillet 1960 à décembre 2004. *MKT*, *SMB*, *HML* et *UMD* sont les primes de Fama et French captant l'effet du marché, de la taille, de la valeur comptable/marchande et du momentum. Les variables P_1 à P_{10} sont les rentabilités excédentaires de dix portefeuilles des titres du marché canadien classés par décile. Les portefeuilles sont réajustés une fois par année selon la capitalisation boursière à la clôture des marchés au dernier jour du mois de juin. Le taux sans risque, R^f , est le taux de rentabilité mensuel des bons du Trésor canadien à 3 mois. Le ratio de Sharpe est le ratio de la moyenne sur l'écart-type de chaque variable. Le test *Jarque-Bera* rejette l'hypothèse nulle de normalité dans tous les cas à un seuil inférieur à 1%. Les hypothèses nulles individuelles de symétrie et d'aplatissement *mesokurtique* sont rejetées au seuil de 5% dans tous les cas à l'exception de ceux indiqués par «*».

0,67 % par mois pour le portefeuille constitué des titres ayant une faible capitalisation boursière (P_1) contre 0,28 % pour le portefeuille constitué des titres ayant une grande capitalisation boursière (P_{10}). Aucune relation précise ne semble exister entre l'écart-type d'un portefeuille et son rang décile. Nous constatons toutefois à l'étude du ratio de Sharpe que les performances ajustées pour le risque diminuent avec le rang décile des portefeuilles.

Il est important d'observer que l'asymétrie très généralement négative et l'aplatissement toujours *leptokurtique* des facteurs et des portefeuilles suggèrent des distributions non gaussiennes. L'hypothèse nulle d'aplatissement *mesokurtique* est rejetée au seul de 5 % pour tous les facteurs et toutes les rentabilités, alors que l'hypothèse nulle d'absence d'asymétrie est rejetée (seuil de 5 %) dans tous les cas à l'exception de ceux identifiés par «*». Le test *Jarque-Bera* de l'hypothèse nulle jointe de symétrie et d'aplatissement *mesokurtique* rejette la normalité des facteurs et des portefeuilles dans tous les cas à un seuil inférieur à 1 %. Les résultats des tests de normalité sont importants et justifient pleinement à la prochaine section l'utilisation de l'estimateur *DDHME* comme solution aux biais des *MCO* causés par les *EV* dans le modèle d'évaluation linéaire de Fama et French.

IV.1 L'analyse des résultats

Notre évaluation de l'importance des biais induits par les erreurs sur les variables dans le modèle d'évaluation des actifs financiers à quatre facteurs de risque s'appuie sur l'équation (6).

$$R_t = \alpha + \beta_m \cdot MKT_t + \beta_s \cdot SMB_t + \beta_h \cdot HML_t + \beta_u \cdot UMD_t + \psi_m \cdot \hat{w}_t^m + \psi_s \cdot \hat{w}_t^s + \psi_h \cdot \hat{w}_t^h + \psi_u \cdot \hat{w}_t^u + \varepsilon_t \quad (6)$$

Où les variables \hat{w}_t^m , \hat{w}_t^s , \hat{w}_t^h et \hat{w}_t^u sont les *EV* estimées issues des régressions artificielles. Le modèle à trois facteurs est obtenu en retranchant les variables UMD_t et \hat{w}_t^u de l'équation (6).

Les estimations ponctuelles *DDHME* des paramètres des modèles à trois et quatre facteurs sont reportés du côté droit des tableaux 2 et 3. Pour faciliter les comparaisons, le côté gauche des tableaux présente les paramètres de l'équation (3) estimés par *MCO* sans tenir compte des *EV*.

TAB. 2 – Modèle de Fama et French à 3 facteurs de risque

		MCO						DDHME									
Décile	\bar{R}^2	DW	α	β_m	β_s	β_h	\bar{R}^2	DW	DWH	CS	α	β_m	β_s	β_h	ψ_m	ψ_s	ψ_h
P_1	0,54	1,84	0,001 (0,99)	0,574 (19,05)	0,524 (11,93)	0,125 (3,15)	0,55	1,84	4,48 (0,004)	0,58 (0,902)	0,002 (0,66)	0,886 (8,31)	0,158 (0,65)	0,163 (1,03)	-0,345 (-3,06)	0,382 (1,53)	-0,065 (-0,39)
P_2	0,68	1,83	-0,001 (-0,93)	0,687 (26,12)	0,589 (15,36)	0,114 (3,3)	0,69	1,87	2,75 (0,042)	0,61 (0,893)	-0,001 (-0,74)	0,847 (9,81)	0,396 (2,01)	0,211 (1,64)	-0,172 (-1,89)	0,214 (1,06)	-0,131 (-0,97)
P_3	0,73	1,81	-0,002 (-1,69)	0,745 (30,47)	0,57 (15,98)	0,108 (3,36)	0,74	1,83	4,2 (0,006)	2,15 (0,543)	-0,004 (-2,15)	0,965 (11,76)	0,589 (3,14)	0,297 (2,43)	-0,251 (-2,89)	-0,024 (-0,13)	-0,212 (-1,66)
P_4	0,76	1,83	-0,002 (-1,72)	0,794 (34,7)	0,498 (14,92)	0,138 (4,57)	0,78	1,92	14,01 (0,0)	0,75 (0,861)	-0,003 (-1,64)	1,084 (12,5)	0,235 (1,19)	0,389 (3,01)	-0,314 (-3,42)	0,298 (1,47)	-0,32 (-2,37)
P_5	0,81	1,87	-0,004 (-3,88)	0,834 (40,02)	0,525 (17,27)	0,092 (3,35)	0,82	1,94	5,3 (0,001)	2,51 (0,473)	-0,005 (-3,47)	0,988 (14,1)	0,498 (3,11)	0,305 (2,92)	-0,17 (-2,29)	0,041 (0,25)	-0,255 (-2,33)
P_6	0,79	1,94	-0,002 (-2,38)	0,817 (37,23)	0,457 (14,27)	0,073 (2,51)	0,79	2,02	3,9 (0,009)	1,76 (0,624)	-0,002 (-1,41)	0,913 (12,63)	0,255 (1,55)	0,147 (1,37)	-0,097 (-1,27)	0,23 (1,36)	-0,11 (-0,98)
P_7	0,8	2,02	-0,003 (-3,11)	0,878 (41,6)	0,338 (10,98)	0,149 (5,36)	0,8	2,07	2,51 (0,058)	0,91 (0,824)	-0,003 (-1,79)	1,018 (14,46)	0,13 (0,81)	0,18 (1,71)	-0,151 (-2,02)	0,224 (1,36)	-0,052 (-0,47)
P_8	0,81	1,91	-0,002 (-2,48)	0,908 (45,35)	0,194 (6,64)	0,135 (5,14)	0,83	2,06	13,51 (0,0)	0,56 (0,905)	-0,002 (-1,18)	1,114 (14,52)	-0,181 (-1,03)	0,247 (2,16)	-0,216 (-2,66)	0,417 (2,33)	-0,168 (-1,41)
P_9	0,83	1,95	-0,001 (-0,71)	0,923 (48,39)	0,081 (2,93)	0,139 (5,52)	0,83	2,02	4,05 (0,007)	7,48 (0,058)	0 (-0,23)	0,94 (15,32)	-0,062 (-0,44)	0,191 (2,09)	-0,01 (-0,16)	0,17 (1,19)	-0,083 (-0,87)
P_{10}	0,8	1,96	0,001 (0,94)	0,812 (43,84)	-0,22 (-8,14)	-0,043 (-1,76)	0,81	1,96	5,92 (0,001)	0,11 (0,991)	-0,002 (-1,66)	0,876 (12,83)	0,061 (0,39)	0,279 (2,75)	-0,074 (-1,03)	-0,283 (-1,78)	-0,359 (-3,38)

Les observations mensuelles tirées de la banque *TSX-CFMRC* couvrent la période de juillet 1960 à décembre 2004. Les portefeuilles P_1 à P_{10} sont construits par ordre croissant de capitalisation boursière. Les deux volets du tableau rapportent les résultats obtenus avec les moindres carrés ordinaires (*MCO*) et l'estimateur Dagenais et Dagenais (*DDHME*). \bar{R}^2 et *DW* sont les coefficients de détermination corrigés et les statistiques Durbin-Watson. Les colonnes *DWH* et *CS* donnent les résultats des tests de Durbin-Wu-Hausman et du critère de suridentification. Pour chaque portefeuille, la 2e ligne rapporte le niveau de significativité des tests *DWH* et *CS*. Les *statistiques-t* sont entre parenthèses et sont corrigées pour tenir compte que \hat{w}_t^m , \hat{w}_t^s et \hat{w}_t^h sont des régresseurs engendrés.

TAB. 3 – Modèle de Carhart à 4 facteurs de risque

Décile	MCO					DDHME														
	\bar{R}^2	DW	α	β_m	β_s	β_h	β_u	\bar{R}^2	DW	DWH	CS	α	β_m	β_s	β_h	β_u	ψ_m	ψ_s	ψ_h	ψ_u
P_1	0,55	1,85	0,002 (1,73)	0,576 (19,26)	0,544 (12,32)	0,126 (3,2)	-0,082 (-2,9)	0,56	1,85	4,46	4,07	0,003 (1,13)	0,922 (8,8)	0,122 (0,48)	0,114 (0,71)	-0,068 (-0,81)	-0,39 (-3,5)	0,432 (1,67)	-0,007 (-0,04)	-0,019 (-0,2)
P_2	0,7	1,89	0,001 (0,58)	0,69 (27,03)	0,622 (16,49)	0,116 (3,45)	-0,137 (-5,68)	0,71	1,90	2,5	9,45	0,002 (1,18)	0,862 (10,53)	0,46 (2,33)	0,144 (1,15)	-0,255 (-3,85)	-0,189 (-2,17)	0,168 (0,83)	-0,042 (-0,32)	0,139 (1,93)
P_3	0,75	1,88	0,0 (0,08)	0,749 (31,87)	0,605 (17,46)	0,11 (3,56)	-0,149 (-6,69)	0,76	1,85	4,28	2,67	-0,001 (-0,49)	0,979 (12,74)	0,667 (3,59)	0,265 (2,26)	-0,223 (-3,59)	-0,267 (-3,27)	-0,077 (-0,4)	-0,165 (-1,34)	0,082 (1,21)
P_4	0,78	1,96	0,0 (-0,11)	0,797 (36,01)	0,528 (16,17)	0,139 (4,78)	-0,127 (-6,05)	0,79	1,99	9,37	15,95	0,001 (0,33)	1,092 (13,45)	0,288 (1,47)	0,303 (2,44)	-0,248 (-3,77)	-0,324 (-3,75)	0,262 (1,31)	-0,213 (-1,64)	0,142 (1,98)
P_5	0,84	1,93	-0,002 (-1,68)	0,838 (42,98)	0,563 (19,57)	0,094 (3,67)	-0,161 (-8,74)	0,84	1,97	3,17	16,36	-0,003 (-2,06)	0,99 (15,94)	0,521 (3,47)	0,243 (2,56)	-0,144 (-2,86)	-0,172 (-2,6)	0,05 (0,32)	-0,179 (-1,79)	-0,024 (-0,44)
P_6	0,81	1,92	0,0 (-0,05)	0,822 (40,23)	0,499 (16,54)	0,075 (2,78)	-0,176 (-9,1)	0,82	1,97	2,26	5,66	0,001 (0,73)	0,928 (14,33)	0,334 (2,14)	0,104 (1,05)	-0,245 (-4,68)	-0,113 (-1,64)	0,18 (1,13)	-0,05 (-0,49)	0,083 (1,45)
P_7	0,81	2,04	-0,001 (-1,43)	0,882 (43,26)	0,367 (12,21)	0,151 (5,62)	-0,122 (-6,31)	0,81	2,07	1,44	7,95	-0,001 (-0,48)	1,013 (15,58)	0,168 (1,07)	0,135 (1,36)	-0,134 (-2,55)	-0,145 (-2,1)	0,208 (1,29)	0,006 (0,06)	0,014 (0,25)
P_8	0,83	2,01	0,0 (-0,55)	0,911 (47,79)	0,226 (8,01)	0,137 (5,47)	-0,134 (-7,41)	0,84	2,13	8,11	8,21	0,001 (0,51)	1,095 (15,97)	-0,096 (-0,58)	0,203 (1,93)	-0,199 (-3,59)	-0,194 (-2,66)	0,355 (2,1)	-0,11 (-1,0)	0,079 (1,31)
P_9	0,84	1,97	0,001 (0,76)	0,925 (49,86)	0,104 (3,81)	0,14 (5,73)	-0,097 (-5,51)	0,84	2,03	2,25	12,07	0,001 (0,65)	0,929 (16,34)	-0,033 (-0,24)	0,164 (1,89)	-0,078 (-1,7)	0,004 (0,06)	0,16 (1,14)	-0,05 (-0,55)	-0,02 (-0,39)
P_{10}	0,8	1,95	0,001 (1,41)	0,813 (44,01)	-0,213 (-7,79)	-0,043 (-1,75)	-0,033 (-1,86)	0,81	1,91	6,16	9,0	0,0 (0,26)	0,874 (12,91)	0,123 (0,75)	0,226 (2,18)	-0,2 (-3,65)	-0,071 (-0,99)	-0,347 (-2,08)	-0,29 (-2,67)	0,194 (3,25)

Les observations mensuelles tirées de la banque *TSX-CFMRC* couvrent la période de juillet 1960 à décembre 2004. Les portefeuilles P_1 à P_{10} sont construits par ordre croissant de capitalisation boursière. Les deux volets du tableau rapportent les résultats obtenus avec les moindres carrés ordinaires (*MCO*) et l'estimateur Dagenais et Dagenais (*DDHME*). \bar{R}^2 et *DW* sont les coefficients de détermination corrigés et les statistiques Durbin-Watson. Les colonnes *DWH* et *CS* donnent les résultats des tests de *Durbin-Wu-Hausman* et du critère de suridentification. Pour chaque portefeuille, la 2e ligne rapporte le niveau de significativité des tests *DWH* et *CS*. Les *statistiques-t* sont entre parenthèses et sont corrigées pour tenir compte que \hat{w}_t^m , \hat{w}_t^s , \hat{w}_t^h et \hat{w}_t^u sont des régresseurs engendrés.

IV.2 Les *MCO* sans correction pour les *EV*

Notre analyse débute par une brève discussion des résultats des moindres carrés ordinaires. Le côté gauche des tableaux 2 et 3 reproduit pour l'essentiel les résultats de la littérature empirique sur le modèle de Fama et French. Toutes les estimations ponctuelles des coefficients β_k du modèle à trois facteurs, tableau 2, apparaissent significatives et ont les signes attendus, à l'exception des coefficients négatifs β_s et β_h du portefeuille 10. L'ajout du facteur momentum donne lieu au tableau 3 à des estimations ponctuelles négatives et significatives du paramètre β_u pour tous les portefeuilles. Par ailleurs, en comparant les tableaux 2 et 3 on remarque que l'addition du facteur *UMD* affecte peu les estimations ponctuelles des paramètres β_m , β_s et β_h . Les écarts entre les modèles à trois et quatre facteurs sont plus importants en ce qui a trait aux estimations ponctuelles du paramètre de rentabilité anormale α . Au tableau 2, toutes les estimations ponctuelles significatives du paramètre α sont négatives. Seules les portefeuilles 1 et 10 semblent offrir des rentabilités anormales positives qui sont toutefois non significatives au seuil usuel dans les deux cas. L'ajout du facteur momentum au tableau 3 réduit passablement le seuil de significativité des estimations ponctuelles du paramètre α . Seuls deux coefficients demeurent significatifs au seuil minimal de 10 %. On remarque également une réduction du nombre des estimations ponctuelles négatives. Contrairement au tableau 2, certaines estimations ponctuelles du paramètre α sont maintenant positives et significatives (seuil de 10 %).

IV.3 La correction des *EV* avec l'estimateur *DDHME*

En présence d'*EV*, les résultats des *MCO* des tableaux 2 et 3 doivent être regardés avec beaucoup de circonspection. En effet, les résultats présentés du côté droit des tableaux 2 et 3 suggèrent que les biais engendrés par les *EV* sont significatifs et quantitativement importants.

L'évidence en faveur de la présence des *EV* repose sur les résultats combinés des tests *DWH* et *CS*. Le test *DWH*, distribué selon la loi de *F*, révèle au seuil de 5 % la présence d'erreurs de mesure dans 9 cas sur 10 pour le modèle de Fama et French (dans 10 cas sur 10 au seuil de 10 %) et dans 7 cas sur 10 pour le modèle de Carhart (dans 9 cas sur 10 au seuil de 10 %). Par ailleurs, le test de *Student*

appliqué individuellement à chacune des erreurs de mesure estimées confirme la présence d'erreurs de mesure pour chacun des facteurs de risque considérés. Les résultats des tests de suridentification sont rapportés à la colonne *CS* des tableaux. Pour chacun des dix portefeuilles, la première ligne rapporte la valeur du critère de suridentification alors que le seuil de significativité marginale du test apparaît à la deuxième ligne. Sous l'hypothèse nulle que le modèle est correctement spécifié et que les instruments sont valides, *CS* suit la distribution asymptotique d'un χ^2 avec trois et quatre degrés de liberté selon le modèle considéré.¹² Les statistiques *CS* rapportées dans les tableaux sont faibles et nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse nulle au seuil de 1 % pour tous les portefeuilles du modèle de Fama et French et pour 8 des 10 portefeuilles du modèle de Carhart. Les R^2 des régressions des résidus sur les instruments sont toujours très faibles même dans les deux cas de rejet de l'hypothèse nulle. Notamment, le test *CS* significatif du portefeuille 5 (tableau 3) implique un R^2 négligeable de 0,031. Les résultats du test *CS* suggèrent fortement que les instruments utilisés sont valables et que les non linéarités omises ne sont pas quantitativement importantes dans les modèles des tableaux 2 et 3.

Globalement, les résultats des tests *DWH* et *CS* nous font conclure que les biais des moindres carrés ordinaires sont bien réels et que l'estimateur des moments d'ordre supérieur de Dagenais et Dagenais (1997) offre une solution intéressante à ce problème.

Ayant confirmé la présence probable d'erreurs de mesure sur les facteurs de risque et l'intérêt de l'estimateur *DDHME* comme solution, nous passons maintenant à une analyse détaillée de l'importance quantitative des biais des *MCO* pour nos deux modèles. Nos résultats nous amènent à faire trois remarques à ce sujet. Premièrement, la prime de marché *MKT* semble être le facteur le plus contaminé par les *EV*. Les estimations ponctuelles du paramètre ψ_m sont significatives (seuil de 5 %) pour la grande majorité des portefeuilles des deux versions du modèle. On constate, en comparant les deux côtés de chaque tableau, que l'effet de contamination est dominé et/ou va dans le même sens que l'effet d'atténuation. Les estimations ponctuelles *MCO* du paramètre β_m sont toujours inférieures, souvent de façon marquée, à celles obtenues avec *DDHME*. Le risque de marché serait donc minimisé par les *MCO* sur notre échantillon. Ce résultat illustre que la critique de Roll

¹²Par exemple, pour le modèle à quatre facteurs, neuf instruments servent à estimer les cinq paramètres α , β_m , β_s , β_h et β_u .

est, au delà de sa validité théorique, quantitativement importante. Deuxièmement, nos résultats montrent que les estimations ponctuelles des coefficients β_s , β_h et β_u peuvent aussi différer de façon importante lorsque les *EV* sont détectées. Les biais d'atténuation semblent dominer dans le cas des facteurs *HML* et *UMD*. Sur notre échantillon, le facteur *SMB* est le seul facteur dont le biais de contamination est suffisamment fort pour annihiler l'effet d'atténuation. Les estimations ponctuelles *MCO* sont systématiquement supérieures à celles *DDHME*. On peut donc dire que les *MCO* surestiment grandement le risque lié à la taille des entreprises. Troisièmement, la correction de l'effet des erreurs de mesure sur les facteurs de risque à l'aide de l'estimateur de Dagenais et Dagenais influe aussi sur les estimations ponctuelles du paramètre de rentabilité anormale α . En comparant les deux côtés de chaque tableau, il est toutefois difficile de dégager une règle générale sur la direction des changements des valeurs estimées de α . Les rentabilités anormales estimées ne semblent ni plus grandes ni plus petites avec *DDHME*. On note que le signe est parfois renversé comme pour les portefeuilles 9 et 10 du tableau 2 et le portefeuille 3 du tableau 3. Il s'agit là certainement d'une embûche supplémentaire sur le chemin de la « *quête du Graal* » en gestion financière décrite par Leibowitz (2005).

Nous terminons cette section par quelques réflexions sur les facteurs de risque de Fama, French et Carhart à la lumière des résultats de l'estimateur *DDHME*. Les résultats obtenus sur le marché canadien au cours de la période 1960-2004 confirment la relation entre la rentabilité des actions et les facteurs de risque *SMB*, *HML* et *UMD*. L'utilité de ces facteurs pour l'évaluation de taux de rentabilité boursiers n'est donc pas remise en cause par notre démarche. Toutefois, force est de constater que ces trois facteurs tendent à souffrir d'erreurs de mesure, mettant sérieusement en doute la validité des résultats obtenus par *MCO*. Nous suggérons une règle de prudence. L'application de notre stratégie en quatre étapes devrait permettre de corriger l'effet des *EV* lors de l'estimation d'un modèle linéaire multifactoriel.

V Conclusion

Cet article analyse les biais engendrés par la présence d'erreurs sur les variables (*EV*) lors de l'estimation d'un modèle multifactoriel linéaire d'évaluation des actifs financiers. Nous comparons les résultats des moindres carrés ordinaires (*MCO*) avec ceux de l'estimateur des moments d'ordre supérieur (*DDHME*) de Dagenais et Dagenais (1997). L'estimateur *DDHME* corrige les biais des *EV* en s'appuyant sur l'information contenue dans les moments d'ordre trois et quatre des variables explicatives. Nous pensons que le caractère non gaussien bien connu des rentabilités financières est particulièrement adapté à l'usage de l'estimateur *DDHME*. Afin d'illustrer ce point, nous comparons les estimations *MCO* et *DDHME* des modèles multifactoriels de Fama et French (1993) et Carhart (1997) sur le marché boursier canadien.

Nos résultats révèlent la présence d'erreurs de mesure significatives et les corrections apportées par l'estimateur de Dagenais et Dagenais sont quantitativement importantes. Ce constat jette un doute sur les conclusions tirées des modèles multifactoriels estimés par *MCO*.

Appartenant à la classe des estimateurs fondés sur des variables instrumentales, l'estimateur *DDHME* ne requiert aucune recherche préalable d'instruments, ceux-ci étant simplement construits à partir de moments d'ordre trois et quatre des observations. Il offre une nouvelle appréhension des paramètres α et β des modèles financiers. Les problèmes d'erreurs sur les variables ne sont pas que de simples curiosités théoriques, leurs conséquences sont importantes tant dans le monde académique que dans l'industrie financière.

De plus, en intégrant les moments d'ordre trois et quatre (simples et croisés), cette approche apporte un nouvel éclairage au cadre d'analyse moyenne-variance et fait écho à un courant de la littérature réactualisé qui prône le recours aux coefficients d'asymétrie et d'aplatissement dans l'évaluation des actifs financiers. Cet engouement pour l'utilisation des moments d'ordre supérieur peut révéler en fait une recherche de l'atténuation des biais induits par les erreurs sur les variables. Nous laissons ce point pour de futures recherches.

Références

- Aggarwal, Rajesh K., Galin Georgiev, et Jake Pinato (2005) 'Detecting performance persistence in fund managers : Book benchmark alpha analysis.' *SSRN eLibrary*
- Aigner, Dennis J., Cheng Hsiao, Arie Kapteyn, et Tom Wansbeek (1984) *Latent variable models in econometrics*, vol. 2 of *Handbook of Econometrics* (Elsevier)
- Bowden, Roger J., et Darrell A. Turkington (1984) *Instrumental variables* (Cambridge University Press)
- Carhart, Mark M. (1997) 'On persistence in mutual fund performance.' *Journal of Finance* 52(1), 57–82
- Chen, Nai-Fu, Richard Roll, et Stephen A. Ross (1986) 'Economic forces and the stock market.' *Journal of Business* 59(3), 383–403
- Cragg, John G. (1994) 'Making good inferences from bad data.' *Canadian Journal of Economics*, 27(4), 776–800
- (1997) 'Using higher moments to estimate the simple errors-in-variables model.' *RAND Journal of Economics* 28(0), S71–91
- Dagenais, Marcel G., et Denyse L. Dagenais (1997) 'Higher moment estimators for linear regression models with errors in the variables.' *Journal of Econometrics* 76(1–2), 193–221
- Davidson, Russell, et James G. MacKinnon (1993) *Estimation and Inference in Econometrics* (Oxford University Press , New York)
- (2004) *Econometric Theory and Methods* (Oxford University Press, New York)
- Durbin, James (1954) 'Errors in variables.' *International Statistical Review* 22, 23–32
- Fama, Eugene F., et James D. MacBeth (1973) 'Risk, return, and equilibrium : Empirical tests.' *Journal of Political Economy* 81(3), 607–36
- Fama, Eugene F., et Kenneth R. French (1992) 'The cross-section of expected stock returns.' *Journal of Finance* 47(2), 427–65
- Fama, Eugene F., et Kenneth R. French (1993) 'Common risk factors in the returns on stock and bonds.' *Journal of Financial Economics* 33(1), 3–56
- Fama, Eugene F., et Kenneth R. French (1997) 'Industry costs of equity.' *Journal of Financial Economics* 43(2), 153–93
- Frisch, Ragnar (1934) 'Statistical confluence analysis by means of complete regression systems.' *Publication No. 5, University Institute of Economics, Oslo*
- Fuller, Wayne A. (1987) *Measurement Error Models* (Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics)
- Hausman, Jerry A., et Mark W. Watson (1985) 'Error-in-variable and seasonal adjustment procedures.' *Journal of the American Statistical Association* 80, 531–40
- Ibbotson, Roger G., et Peng Chen (2006) 'The A,B,Cs of Hedge Funds : Alphas, Betas, and Costs.' *SSRN eLibrary*
- Jones, Christopher S., et Jay A. Shanken (2002) 'Mutual fund performance with learning across funds.' *SSRN eLibrary*
- Kandel, Shmuel, et Robert F. Stambaugh (1995) 'Portfolio inefficiency and the cross-section of expected returns.' *Journal of Finance* 50(1), 157–184

- Klepper, Steven, et Edward E. Leamer (1984) ‘Consistent sets of estimates for regressions with errors in all variables.’ *Econometrica* 52(1), 163–83
- Leamer, Edward E. (1987) ‘Errors in variables in linear systems.’ *Econometrica* 55(4), 893–909
- Leibowitz, Martin A. (2005) ‘Alpha hunters and beta grazers.’ *Financial Analysts Journal* 61(5), 32–39
- Lewbel, Arthur (2006) ‘Using heteroskedasticity to identify and estimate mismeasured and endogenous regressor models.’ Boston College
- L’Her, Jean-Francois, Tarek Masmoudi, et Jean-Marc Suret (2004) ‘Evidence to support the four-factor pricing model from the canadian stock market.’ *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 14(4), 313–328
- Lintner, John (1965) ‘The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets.’ *The Review of Economics and Statistics* 47(1), 13–37
- Mossin, Jon (1966) ‘Equilibrium in a capital asset market.’ *Econometrica* 34(4), 768–783
- Nielsen, Lars Tyge, et Maria Vassalou (2004) ‘Sharpe ratios and alphas in continuous time.’ *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 39(1), 103–114
- Pal, Manoranjan (1980) ‘Consistent moment estimators of regression coefficients in the presence of errors in variables.’ *Journal of Econometrics* 14(3), 349–364
- Ramadorai, Tarun, William (Bill) Fung, David A. Hsieh, et Narayan Y. Naik (2006) ‘Hedge Funds : Performance, Risk and Capital Formation.’ *SSRN eLibrary*
- Roll, Richard (1977) ‘A critique of the asset pricing theory’s tests part i : On past and potential testability of the theory.’ *Journal of Financial Economics* 4(2), 129–176
- Ross, Stephen A. (1976) ‘The arbitrage theory of capital asset pricing.’ *Journal of Economic Theory* 13(3), 341–360
- Shanken, Jay (1985) ‘Multivariate tests of the zero-beta capm.’ *Journal of Financial Economics* 14(3), 327–348
- (1992) ‘On the estimation of beta pricing models.’ *Review of Financial Studies* 5(1), 1–33
- (1996) ‘Statistical methods in tests of portfolio efficiency : A synthesis.’ In *Handbook of Statistics 14 : Statistical Methods in Finance*, ed. G. S. Maddala et C.R. Rao, vol. 14 (Elsevier) pp. 691–711
- Sharpe, William F. (1964) ‘Capital asset prices : A theory of market equilibrium under conditions of risk.’ *The Journal of Finance* 19(3), 425–442